

## Лекция 1

### ОПЕРАЦИЯ ПРОЕКЦИРОВАНИЯ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОЧКИ И ПРЯМОЙ НА ЭПЮРЕ МОНЖА.

Начертательная геометрия изучает методы отображения объектов трехмерного пространства на плоскость и способы графических решений позиционных и метрических задач, связанных с этими объектами, по их **плоским отображениям (моделям)**.

Простейшим образом (элементом) пространства является **точка**. Все остальные геометрические объекты (линия, плоскость, поверхность...) можно представить, как множество точек. Для моделирования объектов трехмерного пространства будем использовать **операцию проецирования**, которая является основой начертательной геометрии.

Выберем в пространстве точку **S1** – **центр проецирования** и плоскость  **$\pi_1$**  – **плоскость проекций** (рис 1.1).

Центр проецирования **S1** и плоскость проекций  **$\pi_1$**  называются **аппарат проецирования**.

В зависимости от расположения центра **S1** относительно плоскости проекции, проецирование делится на 2 вида: центральное и параллельное.

#### 1. Центральное проецирование

В случае, когда **S1** является собственной точкой пространства, получаем аппарат центрального проецирования (рис. 1.1).

Для построения проекции произвольной точки **A** исходного пространства выполним следующие операции:

1. Через центр **S1** и точку **A** проведем прямую **a**;
2. Отметим точку пересечения прямой **a** с плоскостью  **$\pi_1$** : **A1=a ∩  $\pi_1$** .

Полученная точка **A1** называется **проекцией точки A** на плоскость  **$\pi_1$**  из центра **S1**.

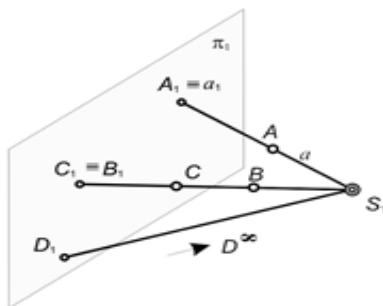


Рис. 1.1

Аналогично строятся проекции других точек пространства. Прямая линия – **a**, проходящая через центр **S1** называется **проецирующей прямой** и на плоскости проекций отображается (проецируется) точкой.

Центральная проекция обладает большой наглядностью, но имеет недостатки: сложность построения и определения истинных размеров предмета. Центральное проецирование применяется при построении перспективных изображений зданий и сооружений, в живописи, архитектуре и пр.

#### 2. Параллельное проецирование

Удалив центр проецирования **S1** в бесконечность, получим аппарат параллельного проецирования (рис.1.2). В зависимости от направления проецирующего луча относительно плоскости  **$\pi_1$**  параллельное проецирование делится:

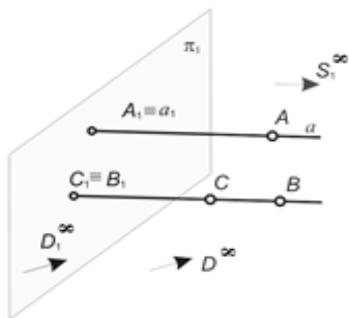


Рис.1.2

- **прямоугольное (ортогональное) проецирование** - проецирующие лучи составляют с плоскостью  **$\pi_1$**  угол  **$\varphi=90^\circ$** , т.е. проецирующие лучи перпендикулярны плоскости проекций.
- **косоугольное проецирование** – проецирующие лучи составляют с плоскостью  **$\pi_1$**  угол  **$\varphi \neq 90^\circ$** ;

Параллельное проецирование имеет меньшую наглядность, однако обладает простотой построения и широко распространено в машиностроении.

Параллельное ортогональное проецирование - *основной метод курса начертательной геометрии*.

#### Свойства параллельного проецирования

1. Проекция точки есть точка.
2. Проекция прямой есть прямая линия. Проекция проецирующей прямой вырождается в точку.
3. Инцидентность (взаимопринадлежность) точек и линий сохраняется.
4. Проекции параллельных прямых параллельны между собой.
5. Любая плоская фигура, параллельная плоскости проекций, проецируется на эту плоскость без искажения.
6. Отношение длин проекций двух отрезков равно отношению длин проецируемых отрезков.

Проецирование на одну плоскость не дает однозначного представления о форме и размерах предмета. Для получения **однозначной и обратимой** модели, по которой можно восстановить форму, размеры и положение объекта в пространстве, используют **метод двух изображений (Метод Монжа)**.

#### Моделирование точки на эюре Монжа. Метод Монжа (комплексный чертеж)

Французский математик Гаспар Монж (1746 – 1818 г.) предложил получать отображения предметов пространства, используя прямоугольное проецирование на две взаимно перпендикулярные плоскости (частный случай).

Возьмем в пространстве две взаимно перпендикулярные плоскости –  $\pi_1 \perp \pi_2$ .

Плоскость  $\pi_1$  - фронтальная плоскость проекций;

Плоскость  $\pi_2$  – горизонтальная плоскость проекций.

Проецирование на плоскости  $\pi_1$  и  $\pi_2$  ведется из бесконечно удаленных центров  $S_1^\infty$  и  $S_2^\infty$  ортогонально сопряженных с плоскостями проекций (рис 1.3).

оси  $x_{12}$  – линия пересечения плоскостей.

На практике использование пространственной модели не удобно для перехода к плоской модели плоскость  $\pi_2$  доворачиваем вокруг оси  $x_{12}$  (совмещаем) с плоскостью  $\pi_1$ . Получает **эпюр (чертеж) Монжа или комплексный чертеж**.

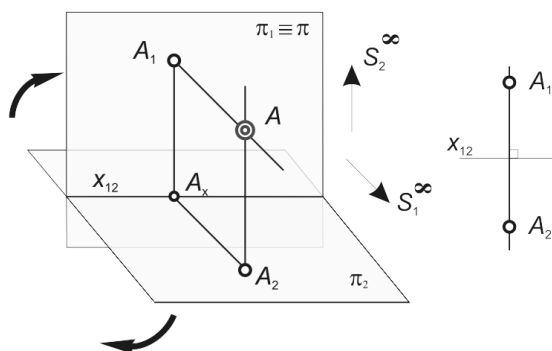


Рис. 1.3

**A1** - фронтальная проекция точки A;

**A2** - горизонтальная проекция точки A.

Таким образом, модель точки **A** на эпюре Монжа представляет собой пару точек **A1** и **A2**, расположенных на одной линии связи, перпендикулярной оси  $x_{12}$ .

## Моделирование точки по четвертям (октантам)

Рассмотрим возможные положения проекций точек на эпюре Монжа относительно оси  $x_{12}$  в зависимости от их положения в исходном пространстве относительно плоскостей проекций  $\pi_1$  и  $\pi_2$ . На рис.1.4 показано расположение точек  $A, B, C, D$  соответственно в **I, II, III и IV четвертях пространства (октантам)**, а на эпюре Монжа (рис.1.5) даны возможные варианты расположения их проекций относительно оси  $x_{12}$ .

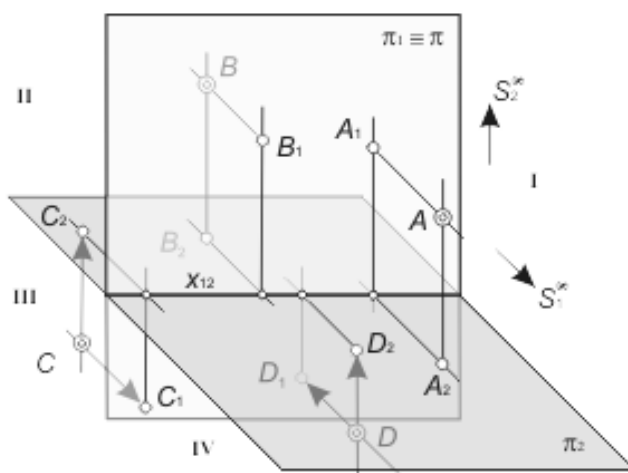
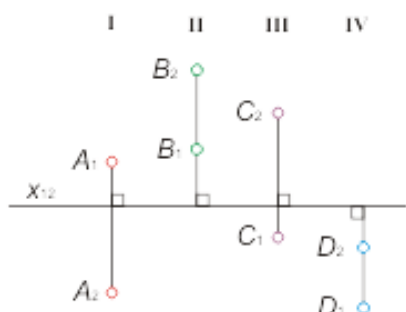


Рис. 1.4

Расположение точек по четвертям на Эпюре Монжа



Точка А - I четверть  
Точка В – II четверть  
Точка С – III четверть  
Точка D - IV четверть

Рис. 1.5

## Моделирование точки на три плоскости

Две проекции точки вполне определяют ее положение в пространстве. Однако, при решении задач начертательной геометрии, а также при построении чертежей объектов часто используют **профильную плоскость  $\pi_3$** , которая располагается перпендикулярно плоскостям  $\pi_1$  и  $\pi_2$ . При моделировании прямоугольной системы координат будем совмещать плоскость  $\pi_3$  с координатной плоскостью ( $yOz$ ) (рис. 1.4), тогда профильная проекция  $A_3$  точки  $A$  определится координатами ( $y_A, z_A$ ). При переходе к плоской модели будем поворачивать плоскость  $\pi_3$  вокруг оси  $x_{13}$  до совмещения с плоскостью  $\pi_1$ .

Так как координата  $z_A$  будет общей для проекций  $A_3$  и  $A_1$ , а координата  $y_A$  – для проекций  $A_3$  и  $A_2$ , то положение проекции  $A_3$  на плоской модели можно определить следующим образом:

- провести прямую (линию связи) из точки  $A_1$  перпендикулярно оси  $x_{13}$

- 

4