

Лекция 4

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ. СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ И ОБРАЗОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ. ЛИНЕЙЧАТЫЕ ПОВЕРХНОСТИ. МНОГОГРАННИКИ ОБЩЕГО ВИДА

Моделирование поверхностей

Окружающие нас сложные поверхности различных материальных объектов с научной точки зрения являются совокупностью различных простейших геометрических поверхностей. Поэтому вполне обоснованно стремление научиться изображать (задавать) эти простейшие геометрические поверхности на чертеже (эпюре) средствами графики.

Способы образования и задания поверхностей

Различают три способа образования и задания поверхностей:

Алгебраический

При алгебраическом способе поверхность рассматривается как множество точек между координатами, которых установлена зависимость, определяемая уравнением вида $F(x,y,z)=0$, где $F(x,y,z)$ – многочлен n -й степени. Поверхность, описываемая уравнением n -й степени, считается поверхностью n -го порядка.

Каркасный

При каркасном способе образования поверхность задаётся множеством точек или линий, её принадлежащих, которые выбирают так, чтобы они с достаточной степенью точности позволяли определить форму поверхности. В зависимости от этого каркасы подразделяются на точечные и линейные.

Каркасные поверхности находят широкое применение в практике. Примерами таких поверхностей могут служить теоретически рассчитанные обшивки корпусов кораблей, фюзеляжей самолётов, некоторых архитектурных сооружений и т.п.

Кинематический

При кинематическом способе образования – поверхность рассматривается как непрерывная совокупность последовательных положений некоторой линии, перемещающейся в пространстве по определённому закону. Эта линия, называемая образующей, может оставаться неизменной или менять свою форму.

Как видно из рассмотренных способов образования поверхностей, наибольшими удобствами и простотой задания их на чертеже отличается кинематический способ, который используется в начертательной геометрии.

Кинематический способ упрощает рассмотрение вопроса, связанного с классификацией поверхностей. Все поверхности для их изучения следует разделить на два класса в зависимости от вида образующей:

- *линейчатые поверхности*
- *нелинейчатые или поверхности вращения*

Линейчатые поверхности

Линейчатые – полученные движением прямолинейной образующей, которая пересекает направляющую. В общем случае, образующая пересекает три направляющие, в частном случае, – две или одну направляющую (рис. 4.1).

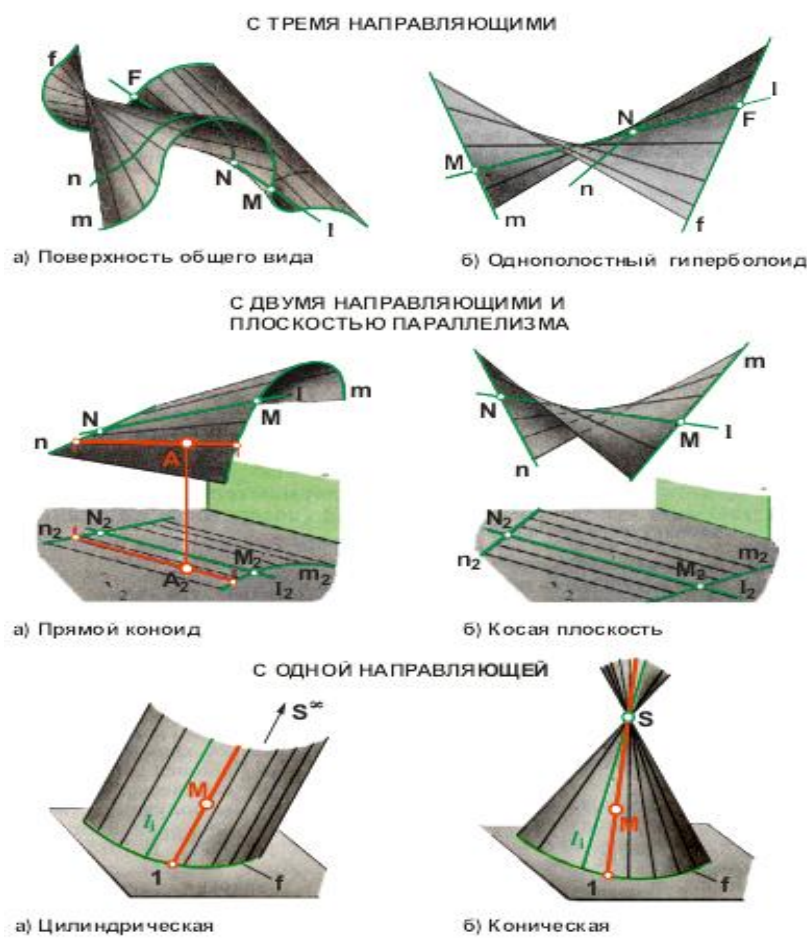


Рис. 4.1

Линейчатые поверхности с одной направляющей образуются движением прямой линии, которая пересекает **направляющую** (кривую или ломаную линию) и **вершину** (собственную или несобственную точку) – коническая, цилиндрическая, призматическая и пирамидальная поверхности.

Коническая поверхность

Это линейчатая поверхность, полученная движением прямолинейной образующей, но криволинейной направляющей (плоской или пространственной) и проходящей через одну собственную точку пространства (рис.4.2).

Задается коническая поверхность точкой S – называемая вершиной поверхности, и кривой f – направляющей.

Задача. Построить произвольную точку M , принадлежащую конической поверхности $\Phi(f, S)$ (рис. 4.2).

Алгоритм решения

1. Отмечаем произвольно проекцию M_1 точки M .
2. Через S_1 и M_1 проводим проекцию l_1 образующей l , принадлежащей поверхности Φ .
3. Отмечаем проекцию 1_1 точки пересечения образующей l с направляющей f .
4. Находим проекцию 1_2 из условия принадлежности точки 1 линии f .
5. Строим вторую проекцию l_2 , соединя точки S_2 и 1_2 .
6. Через точку M_1 проводим линию проекционной связи и при пересечении ее с прямой l_2 отмечаем искомую проекцию M_2 точки M , принадлежащей образующей l , а следовательно, и поверхности Φ .

Цилиндрическая поверхность

Для построения модели цилиндрической поверхности необходимо задать на эюре Монжа проекции ее определителя (репера) - направляющей f (кривая линия) и вершины S (несобственная точка), а также решить задачу построения произвольной точки поверхности. Задача построения произвольной точки цилиндрической поверхности будет решаться аналогично задаче на принадлежность точки конической поверхности (рис.4.3).

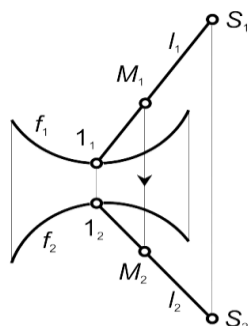


Рис. 3.2

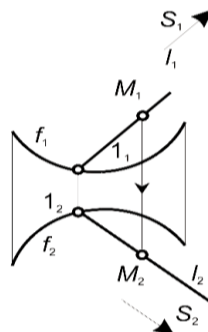


Рис.3.3

Пирамидальная поверхность

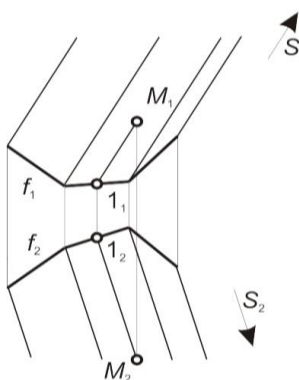
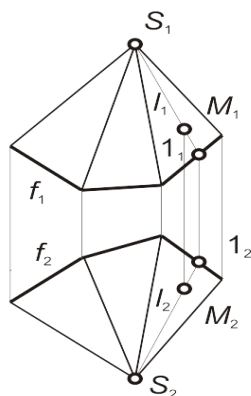
Линейчатая поверхность, для построения модели пирамидальной поверхности необходимо задать на эюре Монжа проекции ее репера - направляющей f (ломаная линия) и вершины S (собственная точка) (рис.4.4). Так как направляющей f является ломаная линия, состоящая из отрезков прямых, то поверхность представляет собой совокупность отсеков плоскостей, имеющих форму треугольников, называемых *гранями*.

Линии пересечения граней (общие стороны треугольников) называются *ребрами поверхности*. Задача построения произвольной точки пирамидальной поверхности будет решаться аналогично задаче на принадлежность точки конической поверхности (рис.4.3).

Призматическая поверхность

Линейчатая поверхность, для построения модели призматической поверхности необходимо задать на эюре Монжа проекции ее репера - направляющей f (ломаная линия) и вершины S (несобственная точка) (рис.4.5). Так как направляющей f является ломаной, состоящей из отрезков прямых, то поверхность представляет собой совокупность отсеков плоскостей, называемых *гранями*, которые пересекаются между собой по прямым линиям, называемым *ребрами* поверхности.

Задача построения произвольной точки призматической поверхности будет решаться аналогично задаче на принадлежность точки цилиндрической поверхности (рис.3.4). Следует отметить, что, умея строить одну точку поверхности, можно построить проекции любой линии, принадлежащей заданной поверхности, рассматривая эту линию, как совокупность отдельных точек.



Многогранники общего вида

Ранее мы рассмотрели призматическую и пирамидальную поверхности, которые относятся к многогранникам. Однако в природе многие вещества имеют кристаллическое строение в виде многогранников, например, кристаллы каменной соли и сахара, кристаллы драгоценных камней, кристаллы кварца и др. (рис.4.6).

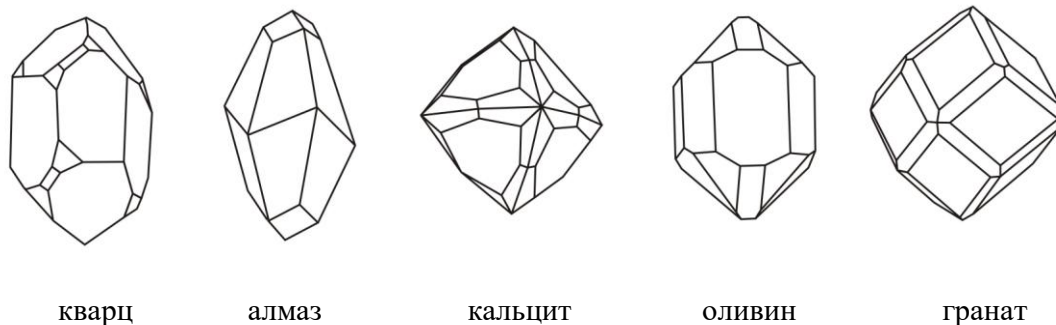


Рис. 4.6

Многогранной поверхностью называется поверхность, образованная частями (отсеками) пересекающихся плоскостей.

Многогранником называется тело, ограниченное многогранной поверхностью, состоящее из плоских многогранников. Отсеки плоскостей называются гранями, а линии их пересечения – ребрами. Точки пересечения ребер называют вершинами.

С древнегреческих времен известно о существовании пяти правильных многогранников их называют тела Платона (рис. 4.7)

Тетраэдр – правильная треугольная пирамида, 4 грани – равносторонние треугольники.

Гексаэдр - правильный шестигранник (куб) – 6 граней каждая – квадрат, частный случай прямой призмы.

Октаэдр - правильный восьмигранник, многогранник, состоящий из 8 граней – правильных треугольников, соединенных по четыре в одной вершине. Октаэдр рассматривают как поверхность, состоящую из двух пирамид с общим основанием – квадратом.

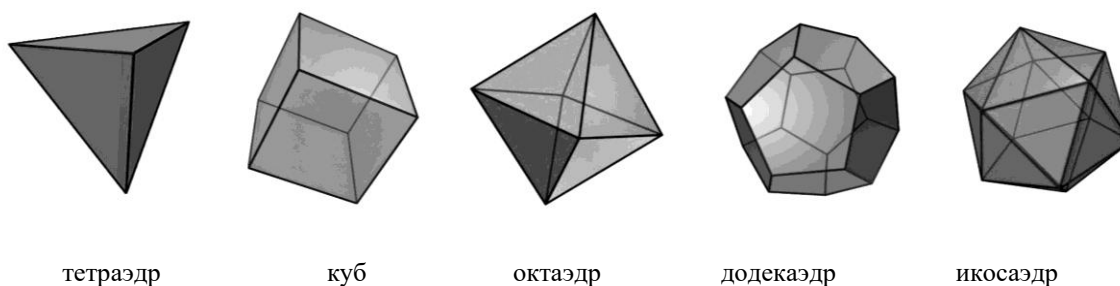


Рис.4.7 Тела Платона

Додекаэдр - двенадцатигранник – каждая грань равносторонний пятиугольник.

Икосаэдр - двадцатигранник – многогранник, состоящий из 20 равносторонних треугольников, соединенных по пяти около каждой вершины.

На основе правильных многогранников путем дальнейшего увеличения числа граней создаются сетчатые покрытия. Но если попробовать комбинировать между собой различные правильные многоугольники, то можно построить еще тринадцать многогранников. Впервые это сделал Архимед и они называются архимедовыми телами (рис. 4.8).

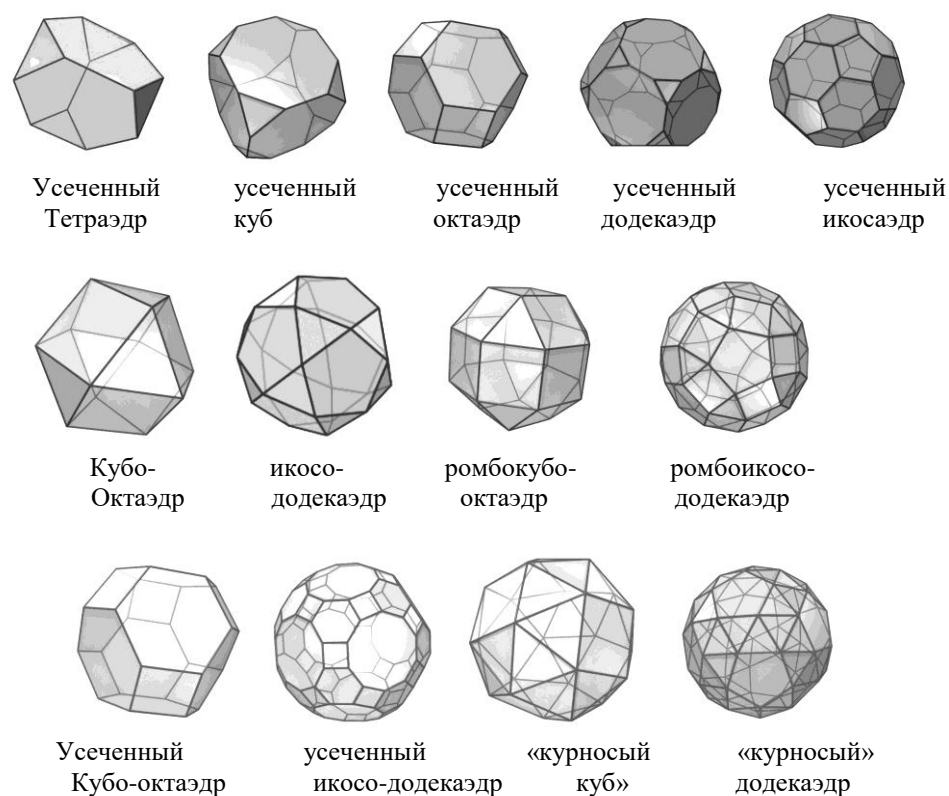


Рис. 4.8 Тела Архимеда

Нарушая симметрию и пропорции различных многоугольников правильной и неправильной формы, можно получить большое многообразие – полуправильных многогранников и звездчатых форм (рис.4.9).

Рассматривая эти тела можно найти множество примеров, позволяющих судить о применении многогранников в архитектуре и строительстве, особенно если обратить внимание на конструкцию сложных куполов и перекрытий. Разнообразные архитектурные композиции также представляют собой разнообразные сочетания многогранных поверхностей.

Сегодня различные многогранники и их развертки находят широкое применение при проектировании архитектурных сооружений, эксклюзивных упаковок, предметов интерьера и пр.

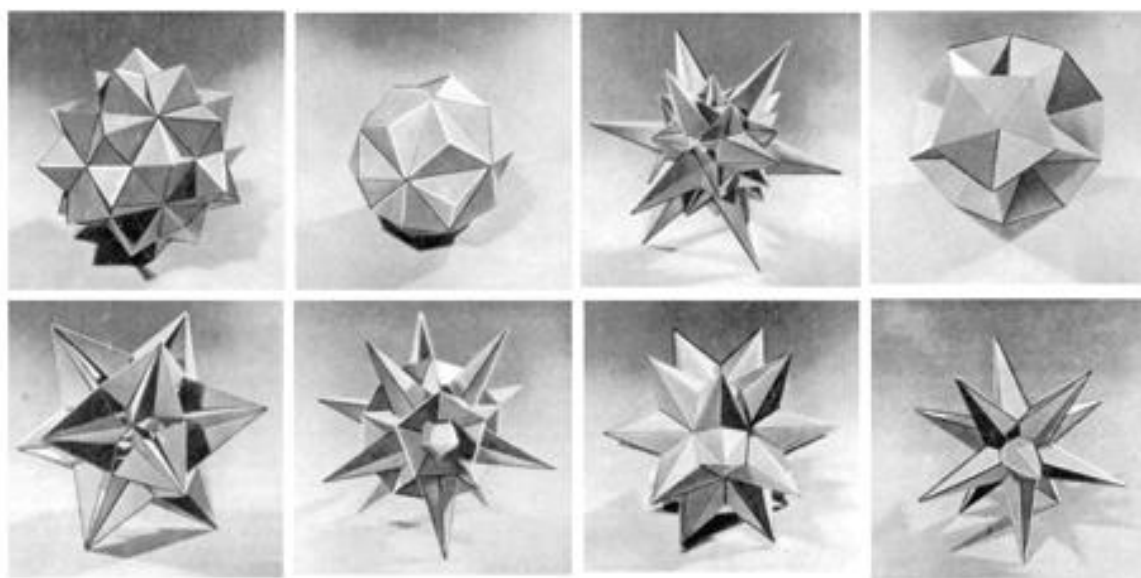


Рис.4.9